

Patrulaterul convex.

Paralelogramul

❖ Un patrulater se numește *convex* dacă, oricare ar fi o latură a sa, vârfurile nesituate pe aceasta sunt de aceeași parte a drepte ei suport.

Un patrulater care nu este convex este *concav*.

❖ Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este 360° .

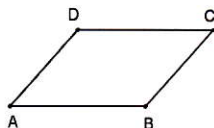
❖ Interiorul unui patrulater convex este format din punctele aflate în interiorul fiecărui unghi al patrulaterului și se notează *Int ABCD*.

Exteriorul patrulaterului este format din punctele care nu se află nici pe laturi și nici în interiorul patrulaterului și se notează *Ext ABCD*.

❖ Orice două puncte am considera în interiorul unui patrulater convex, segmentul determinat de acestea este situat în interiorul patrulaterului.

Paralelogramul

❖ Patrulaterul convex cu laturile opuse paralele două câte două se numește *paralelogram*.



❖ Într-un paralelogram, unghiurile consecutive sunt suplementare, iar unghiurile opuse sunt congruente.

❖ Într-un paralelogram, laturile opuse sunt congruente.

❖ Într-un paralelogram, punctul de intersecție al diagonalelor se află la mijlocul fiecărei diagonale.

❖ Un patrulater este *paralelogram* dacă:

- ✓ laturile opuse sunt congruente, sau
- ✓ unghiurile opuse sunt congruente, sau
- ✓ oricare două unghiuri consecutive sunt suplementare, sau
- ✓ două laturi opuse sunt paralele și congruente, sau
- ✓ diagonalele se înjumătățesc.

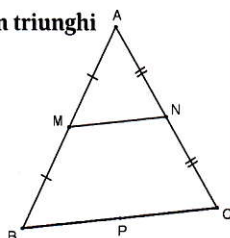
Linia mijlocie și centrul de greutate

❖ Segmentul care unește mijloacele a două laturi ale unui triunghi se numește *linie mijlocie* în triunghi.

Teorema liniei mijlocii în triunghi

În orice triunghi, linia mijlocie determinată de mijloacele a două laturi este paralelă cu a treia latură și are lungimea egală cu jumătate din lungimea acesteia:

$$MN \parallel BC \text{ și } MN = \frac{BC}{2}.$$



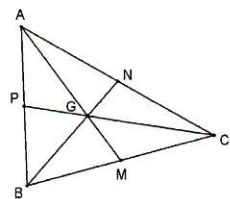
Reciproca Teoremei liniei mijlocii în triunghi

Paralela dusă prin mijlocul unei laturi a unui triunghi la o latură a triunghiului intersectează a treia latură a triunghiului în mijlocul acesteia.

❖ Un triunghi are trei linii mijlocii, care determină *triunghiul median* al triunghiului dat.

❖ Teorema referitoare la centrul de greutate al unui triunghi

Medianele unui triunghi sunt concurente. Punctul lor de intersecție este situat, pe fiecare dintre mediane, la două treimi față de vârf și o treime față de latura opusă: $GM = \frac{1}{3} AM$, $GA = \frac{2}{3} AM$ și relațiile echivalente pentru celelalte mediane.



Paralelograme particulare

❖ Paralelogramul cu un unghi drept se numește *dreptunghi*.

❖ În dreptunghi toate unghiurile sunt congruente și au măsura de 90° .

❖ În dreptunghi diagonalele sunt congruente.

❖ Un dreptunghi este un paralelogram, deci are toate proprietățile unui paralelogram.

❖ Dreptunghiul are două axe de simetrie (mediatoarele laturilor).

❖ Un paralelogram este *dreptunghi* dacă:

- ✓ are diagonalele congruente, sau
 - ✓ are două unghiuri consecutive congruente.
- ❖ Un patrulater convex este *dreptunghi* dacă:
- ✓ are toate unghiurile congruente, sau
 - ✓ are trei unghiuri drepte.

❖ Paralelogramul cu două laturi consecutive congruente se numește *romb*.

❖ În romb toate laturile sunt congruente.

❖ În romb diagonalele sunt perpendiculare.

❖ În romb diagonalele sunt bisectoare ale unghiurilor corespunzătoare.

❖ Dacă un patrulater convex are toate laturile congruente, atunci el este romb.

- ❖ Diagonalele rombului sunt axe de simetrie.
- ❖ Un paralelogram este romb dacă:
 - ✓ diagonalele sunt perpendiculare, sau
 - ✓ o diagonală este bisectoarea unuia dintre unghiuri.

❖ Un patrulater cu toate laturile congruente și toate unghiurile congruente se numește **pătrat**.

- ❖ Un patrulater este **pătrat** dacă:
 - ✓ este dreptunghi și are două laturi consecutive congruente, sau
 - ✓ este dreptunghi și are diagonalele perpendiculare, sau

- ✓ este romb și are un unghi drept, sau
- ✓ este dreptunghi și una dintre diagonale este bisectoarea a unui unghi, sau
- ✓ este romb și are diagonalele congruente.
- ❖ Pătratul are patru axe de simetrie: cele două mediatoare ale laturilor și diagonalele.

Trapezul

❖ Un patrulater convex care are două laturi opuse paralele și celelalte două laturi neparalele se numește **trapez**.

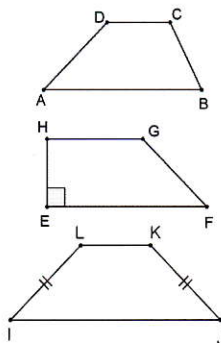
❖ În trapez, unghiurile alăturate unei laturi neparalele sunt suplementare.

❖ **Clasificare:**

• trapez oarecare – are lungimi diferite ale laturilor neparalele și nu are unghiuri drepte

• trapez dreptunghic – una dintre laturile neparalele este perpendiculară pe baze (are un unghi drept)

• trapez isoscel – laturile neparalele sunt congruente



❖ Se numește **înălțime** în trapez un segment determinat de punctele de intersecție a bazelor cu o perpendiculară comună a lor.

❖ Segmentul care unește mijloacele laturilor neparalele ale unui trapez se numește **linia mijlocie a trapezului**.

❖ **Teorema liniei mijlocii a trapezului**

În orice trapez, linia mijlocie este paralelă cu bazele și are lungimea egală cu jumătate din suma lungimilor bazelor.

❖ Într-un trapez isoscel, unghiurile alăturate unei baze sunt congruente.

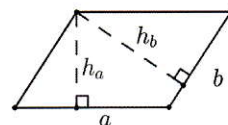
❖ Într-un trapez isoscel diagonalele sunt congruente.

❖ Trapezul isoscel are o axă de simetrie, aceasta fiind mediatoarea comună a celor două baze.

Ariile figurilor studiate

Paralelogramul

❖ Se numește **înălțime** în paralelogram segmentul determinat de un vârf al paralelogramului și piciorul perpendicularei duse din acel vârf pe dreapta suport a uneia dintre laturile care nu conțin vârful.



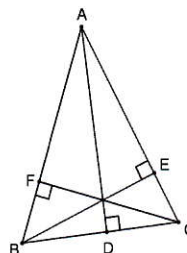
❖ Aria unui paralelogram este egală cu produsul dintre lungimea unei laturi și lungimea înălțimii corespunzătoare laturii: $A_{\square} = a \cdot h_a = b \cdot h_b$

Triunghiul

❖ Două figuri se numesc **echivalente** dacă au aceeași arie.

❖ Mediana unui triunghi împarte triunghiul în două triunghiuri echivalente.

❖ Aria unui triunghi este egală cu jumătate din produsul dintre lungimea unei laturi și lungimea înălțimii corespunzătoare acesteia:



$$A_{\triangle ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2} \text{ sau } A_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot BE}{2} \text{ sau } A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot CF}{2}$$

❖ Aria unui triunghi dreptunghic este egală cu jumătate din produsul lungimilor catetelor: $A_{\text{triunghi dreptunghic}} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2}$

Dreptunghiul

❖ Aria unui dreptunghi este egală cu produsul dintre lungimea laturii mici și lungimea laturii mari ale dreptunghiului:

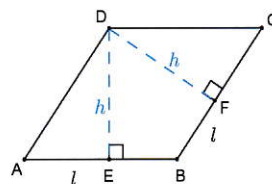
$$A = l \cdot L$$

Rombul

❖ Aria unui romb este egală cu produsul dintre lungimea unei laturi și lungimea înălțimii corespunzătoare laturii:

$$A_{\text{romb}} = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

❖ Aria unui romb este egală cu semiprodusul diagonalelor sale: $A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$



Pătratul

❖ Aria unui pătrat este egală cu lungimea laturii pătratu-lui la puterea a doua: $A = l^2$

Trapezul

❖ Aria unui trapez este egală cu jumătate din produsul dintre suma lungimilor bazelor și lungimea înălțimii:

$$A_{\text{trapez}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

❖ Aria unui trapez este egală cu produsul dintre lungimea liniei mijlocii și lungimea înălțimii.